



Ordine dei Dottori Commercialisti
e degli Esperti Contabili di
Foggia

10 Maggio 2018

ore 09.00 – 13.00 – 15.00 – 19.00

Sala Convegni Formedil Via Napoli Km. 3.800 FOGGIA (FG)

Convegno “USURA E ANATOCISMO”

Mario CARDILLO: **Presidente ODCEC di Foggia**

Sessione tecnica, interventi:

Antonio ANNIBALI: **Professore ordinario f.r. Di Matematica Finanziaria e Attuariale - Università degli studi “La Sapienza” di Roma - Attuario)**

Antonio AGHILAR: **Commercialista in Foggia**

Sponsorizzato da:

✓verifiche€finanziamenti.it



Ordine dei Dottori Commercialisti
e degli Esperti Contabili di
Foggia

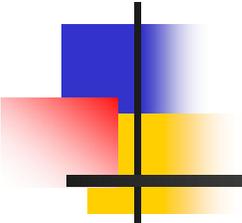
✓ **verifiche**€ **finanziamenti.it**

Argomenti trattati

- Le patologie dei rapporti bancari. Normativa in tema di usura e anatocismo: definizioni e fonti. La corretta individuazione del tasso soglia da applicare in relazione al rapporto bancario da analizzare.
- La verifica dell'usura secondo la giurisprudenza: breve panoramica delle principali correnti di pensiero; usura contrattuale e usura sopravvenuta.
- I principali contratti di finanziamento: struttura tecnico-contabile, definizione di tasso d'interesse effettivo (TEG), tasso annuo effettivo globale (TAEG) e loro misura.
- La verifica del TEG, dell'anatocismo e dell'usura nei rapporti di conto corrente: aspetti tecnico-contabili sulla corretta metodologia da seguire.
- La verifica del TEG in una operazione di prestito a rimborso graduale: aspetti tecnico-contabili sulla corretta metodologia da seguire.
- La perizia bancaria sui conti correnti: aspetti tecnici e operativi.
- La perizia bancaria sui mutui: aspetti tecnici e operativi.
- L'anatocismo nell'ammortamento di mutui alla francese: dimostrazione e metodologia di ricalcolo secondo il regime finanziario della capitalizzazione semplice
- Le strane formule della Banca d'Italia in tema di usura: aspetti algebrici e finanziari

ANATOCISMO e USURA

Aspetti tecnico - matematici



**Le “strane” formule della Banca d’Italia
in tema di usura**

Foggia, 10 maggio 2018

Antonio Annibali

Introduzione alla problematica

In questi ultimi tempi, sono pervenute diverse richieste di chiarimenti da parte di avvocati, dottori commercialisti, magistrati e dottorandi in Finanza Matematica, relativamente al problema dell'interpretazione delle **“strane” formule**, riportate nelle Istruzioni della Banca d'Italia, con riguardo al calcolo del **TEG** (Tasso Effettivo Globale).

La Direttiva Comunitaria 2014/17/UE afferma che **“Il TAEG è calcolato conformemente alla formula matematica che figura nell'Allegato I”** e presenta (pag.71) l'equazione indicata con **(2*)** e la relativa versione unificata (pag.72) indicata con **(2**)** .

Le **“Istruzioni della Banca d'Italia** per la rilevazione dei tassi effettivi globali medi ai sensi della legge sull'usura” (luglio 2016), presentano al punto C3 (b) **“Calcolo del TEG”** (pag. 14) la formula per il calcolo, indicata con **(2)** (analoga alla formula comunitaria (2*)) e al punto C3 (a) (pag.13) l'ulteriore formula per il calcolo del TEG, indicata con **(1)**.

Introduzione alla problematica Formula comunitaria (2*)

ALLEGATO I

CALCOLO DEL TASSO ANNUO EFFETTIVO GLOBALE (TAEG)

- I. Equazione di base che esprime l'equivalenza dei prelievi, da un lato, e dei rimborsi e delle spese, dall'altro.

L'equazione di base, da cui risulta il tasso annuo effettivo globale (TAEG), esprime su base annua l'equivalenza tra, da un lato, la somma dei valori attualizzati dei prelievi e, dall'altro, la somma dei valori attualizzati dei rimborsi e dei pagamenti delle spese, vale a dire:

$$\sum_{k=1}^m C_k (1 + X)^{-tk} = \sum_{l=1}^{m'} D_l (1 + X)^{-sl}$$

Introduzione alla problematica Formula comunitaria unificata (2**)

- e) È possibile riscrivere l'equazione ricorrendo ad una sola sommatoria e utilizzando la nozione di flussi (A_k) che saranno positivi o negativi, ossia rispettivamente pagati o percepiti nei periodi da 1 a n, ed espressi in anni, vale a dire:

$$S = \sum_{k=1}^n A_k (1 + X)^{-tk},$$

dove S è il saldo dei flussi attualizzati e il cui valore sarà pari a zero se si desidera conservare l'equivalenza dei flussi.

Introduzione alla problematica Formula della Banca d'Italia (2)

Istruzioni per la rilevazione dei tassi effettivi globali medi – luglio 2016

- b) *Cat. 3, Cat. 4, Cat. 6, Cat. 7, Cat. 8, Cat. 9b, Cat. 10 e operazioni rientranti nelle categorie di cui al punto a) che prevedono il rimborso del prestito con un piano di rientro predefinito.*

In analogia a quanto previsto dal Provvedimento della Banca d'Italia del 15.7.2015 per il calcolo del TAEG ⁽²⁵⁾, la formula per il calcolo del TEG è la seguente:

$$\sum_{k=1}^m \frac{A_k}{(1+i)^{t_k}} = \sum_{k'=1}^{m'} \frac{A'_{k'}}{(1+i)^{t_{k'}}$$

Introduzione alla problematica Formula della Banca d'Italia (1)

Istruzioni per la rilevazione dei tassi effettivi globali medi – luglio 2016

C3. Calcolo del TEG

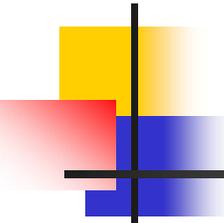
La metodologia di calcolo del TEG varia a seconda delle diverse categorie di operazioni individuate. In particolare devono essere adottate le metodologie di seguito indicate:

a) Cat. 1, Cat. 2, Cat. 5, Cat. 9a e operazioni rientranti nella altre categorie ma che presentano un utilizzo flessibile del fido accordato senza un piano di rientro predefinito.

La formula per il calcolo del TEG è la seguente:

$$TEG = \frac{\text{Interessi} \times 36.500}{\text{Numeri debitori}} + \frac{\text{Oneri su base annua} \times 100}{\text{Accordato}}$$

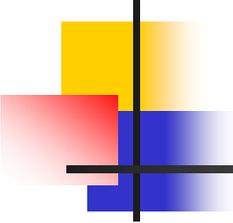
Introduzione alla problematica



è lecito domandare e domandarsi:

- perché la formula (2), pur presentando una struttura simile a quella comunitaria (2*), ha subito una “**manipolazione algebrica**” ?
- perché la formula (1), diversamente dalle formule (2*) e (2) nelle quali è palese l'utilizzazione di leggi finanziarie tipiche del regime della **capitalizzazione composta**, evidenzia l'utilizzazione di leggi finanziarie tipiche del regime della **capitalizzazione semplice**?
- quale relazione sussiste tra le varie formule?
- è possibile mostrare la loro derivazione da un'**unica formula** generale?
- poiché le formule della Banca d'Italia presentano taluni errori e/o carenze di ipotesi per la loro applicabilità, è possibile fare una loro **bonifica algebrica e finanziaria**?

Tassi soglia d'usura

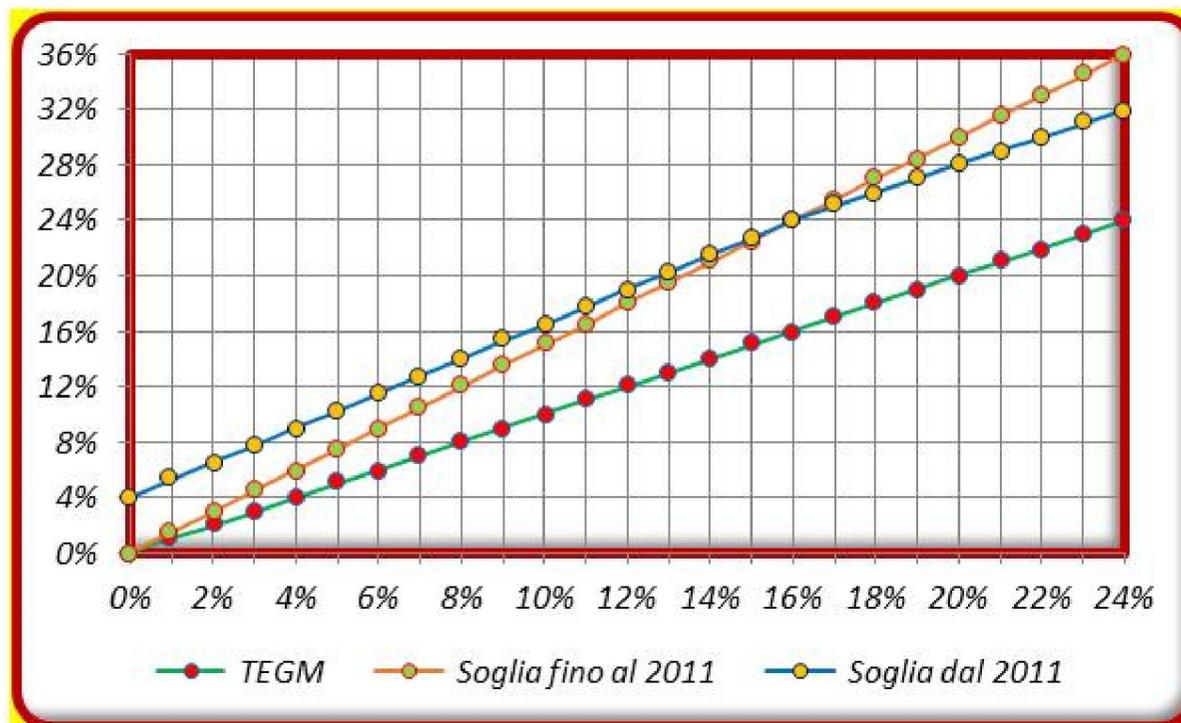


I **tassi soglia d'usura** vengono determinati trimestralmente dal citato istituto bancario (Banca d'Italia), su incarico del MEF, in base ai tassi medi praticati sul mercato (TEGM), distinti per tipo d'operazione e classe di importo e maggiorati secondo le regole al tempo vigenti:

- fino al 13 maggio 2011: aumento del **50%**
- dal 14 maggio 2011: aumento del **25%**, con l'aggiunta di **quattro** punti percentuali e con il vincolo che tale aumento non possa superare gli **otto** punti percentuali

Nel grafico seguente è rappresentato l'**andamento del tasso soglia** (fino al maggio 2011 e successivamente a tale data), raffrontato con i diversi valori assumibili dal TEGM .

Tassi soglia d'usura



Analisi delle formule: (2*) comunitaria e (2) della Banca d'Italia

$$\sum_{k=1}^m C_k (1+X)^{-t_k} = \sum_{l=1}^{m'} D_l (1+X)^{-S_l}$$

$$\sum_{k=1}^m \frac{A_k}{(1+i)^{t_k}} = \sum_{k'=1}^{m'} \frac{A'_{k'}}{(1+i)^{t_{k'}}$$

$$X \Rightarrow i \quad , \quad l \Rightarrow k' \quad , \quad C_k \Rightarrow A_k \quad , \quad D_l \Rightarrow A'_{k'} \quad , \quad S_l \Rightarrow t_{k'}$$

Analisi delle formule: (2*) comunitaria e (2) della Banca d'Italia

1 - il presupposto di effettuazione dei calcoli, secondo le leggi del regime finanziario della **capitalizzazione composta**, non è dichiarato,

2 - la forma delle equazioni, strutturata in due sommatorie distinte, non permette di evidenziare il segno algebrico dei saldi progressivi, con la conseguenza dell'implicito utilizzo del tasso incognito anche nell'ipotesi di saldi a credito (è stata questa probabilmente la preoccupazione, che ha fatto decidere all'estensore comunitario di aggiungere all'equazione (2*) anche l'equazione (2**), in forma di un'**unica sommatoria**,

3 - le variabili indicate all'esponente dei fattori di attualizzazione (t_k , S_l , t_k') non rappresentano intervalli, ma più esattamente **ampiezze di intervalli**,

Analisi delle formule: (2*) comunitaria e (2) della Banca d'Italia

4 - la differenziazione di simbolismo tra i due indici muti (strumentali), che descrivono l'insieme di variabilità delle componenti delle due sommatorie (rispettivamente k ed l in (2*) e k e k' in (2)) è del tutto inutile, poiché si tratta di due sommatorie indipendenti ,

5 - l'equazione (2) della Banca d'Italia presenta un errore **algebricamente grave** nell'indicazione delle ampiezze degli intervalli presenti al secondo membro della formula, in quanto l'estensore italiano ha ritenuto di caratterizzare **un diverso insieme di ampiezze di intervalli, cambiando, non già gli elementi del vettore, ma i suoi indici,**

6 – riguardo al problema della ricerca della soluzione (TEG), in entrambe le equazioni (2*) e (2) non viene fatto alcun riferimento teorico alle condizioni di **esistenza e di unicità** del tasso-soluzione, né tanto meno ai **metodi numerici** necessari per la sua ricerca.

Bonifica della formula (2) della Banca d'Italia

Formula della Banca d'Italia

$$\sum_{k=1}^m \frac{A_k}{(1+i)^{t_k}} = \sum_{k'=1}^{m'} \frac{A'_{k'}}{(1+i)^{t'_{k'}}$$

Formula bonificata

$$\sum_{k=1}^m \frac{A_k}{(1+i)^{t_k}} = \sum_{k=1}^{m'} \frac{A'_k}{(1+i)^{t'_k}}$$

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

La formula in questione, di seguito riportata e indicata nella presente nota con (1)

$$TEG = \frac{\text{Interessi} \times 36.500}{\text{Numeri debitori}} + \frac{\text{Oneri su base annua} \times 100}{\text{Accordato}}$$

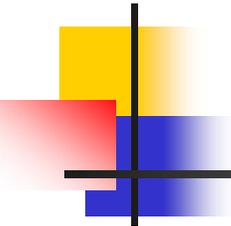
genera le seguenti osservazioni:

•il presupposto di apparente effettuazione dei calcoli, secondo le leggi del regime finanziario della **capitalizzazione semplice**, risulta non dichiarato; comunque dall’esame della formula e dagli scarni esempi presentati a corredo, il regime finanziario utilizzato potrebbe anche essere quello della capitalizzazione semplice, con periodica capitalizzazione degli interessi,

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

- la forma della soluzione dell’equazione, strutturata nella somma di due addendi, mostra come le due componenti siano “numeri puri” **non coerenti** e quindi **non sommabili** e, come tale, anche questa formula, come la precedente formula (2) necessita di una “**bonifica**” di tipo **algebrico** e di una validazione di tipo **finanziario**. Un numero puro è un numero “**adimensionale**” ossia “**di dimensione zero**” e, contrariamente ai numeri dimensionali, che hanno dimensioni intere non nulle, non ha bisogno di fare riferimento ad una determinata **unità di misura**. Alcuni esempi potranno chiarire il concetto: la lunghezza di un segmento è un numero mono-dimensionale e va accompagnato dall’unità di misura (esempio: metri), l’area di una figura piana è un numero bi-dimensionale, che va quindi accompagnato dall’unità m^2 , il volume di un solido è un numero tri-dimensionale, che, in modo analogo, va accompagnato dall’unità m^3 .

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia



L'algebra dei numeri puri si basa **sull'analisi dimensionale**, che afferma che il prodotto di due numeri (caratterizzati dalle loro dimensioni) è un numero, la cui dimensione è data dalla somma delle dimensioni dei due numeri operandi e, similamente, la dimensione del loro quoziente è pari alla differenza delle singole dimensioni. In particolare, il quoziente di due numeri aventi la stessa dimensione è un numero puro, di dimensione zero, cioè adimensionale:

Esempio 1: dato un tavolo rettangolare lungo 3m e largo 2m, tali dimensioni sono numeri mono-dimensionali, mentre il loro rapporto $3m/2m=1.5$ è un numero puro e quindi privo di dimensione;

Esempio 2: le spese del personale front-office e il fatturato di un'azienda, rispettivamente di € 300.000 e di € 1.000.000 sono numeri di dimensione uno, ma il loro rapporto $€ 300.000/€ 1.000.000 = 30\%$ è un numero puro (nel caso specifico, un indice di bilancio).

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

La somma e la differenza di numeri puri può essere effettuata solo se i due numeri puri sono “**coerenti**”, cioè se sono stati generati dallo stesso divisore e, in questo caso, il risultato è un numero puro “coerente” con i due operandi.

Esempio 1: considerando un secondo tavolo rettangolare lungo 5m e largo 2m, il rapporto delle sue dimensioni risulta $5m/2m = 2.5$ (numero puro); accostando i due tavoli secondo i loro lati minori (di 2m), è possibile ottenere un tavolo rettangolare lungo 8m e largo 2m, il cui rapporto delle dimensioni è il numero puro $8m/2m = 4$, pari alla somma dei **due numeri puri coerenti** $1.5+2.5 = 4$ e quindi a loro coerente; se, al contrario, il secondo tavolo rettangolare risultasse lungo 5m e largo 3m, il rapporto delle sue dimensioni risulterebbe $5m/3m = 1.666\dots$ (numero puro). Poiché i due tavoli non sono accostabili secondo i loro lati minori (rispettivamente di 2m e 3m), la somma dei **due numeri puri incoerenti** $1.5+1.666\dots = 3.166\dots$ non genererà un numero puro a loro coerente e quindi tale somma sarà priva di significato.

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

Esempio 2: considerando un secondo indice di bilancio relativo alle spese di personale back-office e il citato fatturato, rispettivamente, di € 160.000 e di € 1.000.000, il loro rapporto è il numero puro $\frac{€ 160.000}{€ 1.000.000} = 16\%$; unendo le due diverse spese di personale, si ottiene il loro complesso € 460.000 che, rapportato al fatturato, comporta il numero puro $\frac{€ 460.000}{€ 1.000.000} = 46\%$, pari alla somma dei **due numeri puri coerenti** $30\% + 16\% = 46\%$ e quindi a loro coerente. Se, al contrario, il secondo indice fosse costruito facendo riferimento alle spese generali di € 400.000, il rapporto risulterebbe $\frac{€ 160.000}{€ 400.000} = 40\%$ (numero puro). Poiché i due riferimenti sono diversi, la somma dei **due numeri puri incoerenti** $30\% + 40\% \dots = 70\%$ non genererà un numero puro a loro coerente e quindi tale somma sarà priva di significato.

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

Considerando la formula (1) della Banca d’Italia, scritta in termini di tassi percentuali,

$$TEG = \frac{\text{Interessi} \cdot 365}{\text{Numeri debitori}} + \frac{\text{Oneri su base annua}}{\text{Accordato}}$$

poiché il rapporto tra i Numeri debitori e il numero dei giorni dell’anno corrisponde al **saldo debitore medio**

$$\text{Saldo debitore medio} = \frac{\text{Numeri debitori}}{365}$$

la relazione precedente può essere scritta nel modo seguente

$$TEG = \frac{\text{Interessi}}{\text{Saldo debitore medio}} + \frac{\text{Oneri su base annua}}{\text{Accordato}}$$

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

dove si vede come i due numeri puri (in quanto rapporti di importi mono-dimensionali) presenti nella formula sono **incoerenti** e quindi non sommabili. **Nota:** nell’ultima formula, a prescindere dall’incoerenza tra i due addendi, non viene considerata l’eventualità che l’accordato possa subire modifiche nel corso dell’anno; tale problema potrebbe essere risolto, sostituendo all’accordato l’**accordo medio** (media aritmetica ponderata dei diversi accordati con pesi pari ai giorni di loro validità):

$$TEG = \frac{\text{Interessi}}{\text{Saldo debitore medio}} + \frac{\text{Oneri su base annua}}{\text{Accordato medio}}$$

Considerando la incontestabile accettabilità del primo addendo, che altro non è che il tasso medio debitore praticato nell’anno, è evidente che la correzione da effettuare per rendere i due numeri puri **coerenti**, e quindi sommabili, è quella di **sostituire** all’**accordo** (unico o medio) il **saldo debitore medio**, ottenendo la formula “bonificata” indicata (1@)

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

$$TEG^@ = \frac{\text{Interessi}}{\text{Saldo debitore medio}} + \frac{\text{Oneri su base annua}}{\text{Saldo debitore medio}} = \frac{\text{Interessi} + \text{Oneri su base annua}}{\text{Saldo debitore medio}}$$

La formula (1) all’esame non era contenuta nella Direttiva Comunitaria ed è stata il risultato di taluni ragionamenti effettuati “**in proprio**” dagli estensori della nostra Banca Centrale.

Tenendo presente la struttura della formula “bonificata” (1@), la formula (1) proposta dalla Banca d’Italia può essere scritta nel modo seguente:

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

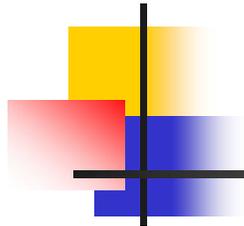
$$\begin{aligned}
 TEG &= \frac{\text{Interessi}}{\text{Saldo debitore medio}} + \frac{\text{Oneri su base annua}}{\text{Saldo debitore medio}} \cdot \frac{\text{Saldo debitore medio}}{\text{Accordato medio}} = \\
 &= \frac{\text{Interessi}}{\text{Saldo debitore medio}} + \frac{\text{Oneri su base annua}}{\text{Saldo debitore medio}} \cdot \text{Utilizzo medio} = \\
 &= \frac{\text{Interessi} + \text{Oneri su base annua} \cdot \text{Utilizzo medio}}{\text{Saldo debitore medio}}
 \end{aligned}$$

dove risulta evidente come la formula della Banca d’Italia e la formula “bonificata” abbiano la stessa struttura, salvo il fatto che, essendo normale che il **saldo debitore medio risulti minore dell’accordato** e quindi l’**utilizzo medio minore dell’unità**, nella (1), per il calcolo del TEG, agli interessi viene aggiunta (e quindi riconosciuta ai fini del calcolo del tasso) solo una porzione degli oneri, generando un TEG inferiore al TEG@ “bonificato”, nel cui calcolo, invece, **gli oneri sono trattati allo stesso stregua degli interessi**.

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

Essendo i ragionamenti finora evidenziati puramente **algebrici**, per dare validità finanziaria alle considerazioni sopra esposte, che hanno portato alla bonifica del TEG, è necessario mostrare, anche numericamente, come il **TEG@ “bonificato”** (diversamente da quello proposto dalla Banca d’Italia) sia quel tasso in base al quale un’operazione finanziaria **comporta lo stesso saldo finale** rispetto a quello derivante dall’applicazione del tasso (o tassi variabili), previsto contrattualmente, e dall’addebito degli oneri. In altri termini, il TEG@ deve essere quel tasso unico, che ingloba la eventuale variabilità dei tassi contrattuali e l’addebito degli oneri (come si verificherà numericamente, ciò non accadrà se i calcoli vengono effettuati in base al TEG “non bonificato”). Data l’eccessiva semplicità degli esempi riportati in fondo alle Istruzioni della Banca d’Italia, nel seguito della trattazione verrà considerato un esempio strutturalmente simile, ma maggiormente articolato.

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia



Esempio:

Stesura base del conto corrente caratterizzato da:

Fido accordato in euro:	110.000
Commissione trimestrale sull'accordato:	0.50%
Commissione annua sull'accordato in euro	2.200
Saldo iniziale in euro	-100.000
Durata del rapporto	365 giorni
Movimenti e saldi caratterizzati dai tempi di valuta	
Numeri debitori e creditori calcolati sui saldi precedenti per i giorni di permanenza	
Tassi debitori variabili	6%, 7%, 8%, 9%, 10%
Tasso creditore fisso	1%

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

Tempi	gg	Mov	Saldi	Num db	Num cr	tax db	tax cr	Int db	Int cr
31/12/2016	0	-100,000	-100,000						
07/02/2017	38	-6,000	-106,000	3,800,000	0	6.0000%	1.0000%	624.66	0.00
31/03/2017	52	50,000	-56,000	5,512,000	0	6.0000%	1.0000%	906.08	0.00
25/04/2017	25	-40,000	-96,000	1,400,000	0	7.0000%	1.0000%	268.49	0.00
30/04/2017	5	0	-96,000	480,000	0	8.0000%	1.0000%	105.21	0.00
30/06/2017	61	150,000	54,000	5,856,000	0	8.0000%	1.0000%	1,283.51	0.00
25/07/2017	25	-50,000	4,000	0	1,350,000	8.0000%	1.0000%	0.00	36.99
30/09/2017	67	-30,000	-26,000	0	268,000	8.0000%	1.0000%	0.00	7.34
31/10/2017	31	-10,000	-36,000	806,000	0	9.0000%	1.0000%	198.74	0.00
15/11/2017	15	40,000	4,000	540,000	0	10.0000%	1.0000%	147.95	0.00
05/12/2017	20	-90,000	-86,000	0	80,000	10.0000%	1.0000%	0.00	2.19
31/12/2017	26	0	-86,000	2,236,000	0	10.0000%	1.0000%	612.60	0.00
Int. debito		-4,147	-90,147	20,630,000	1,698,000		Totali	4,147.23	46.52
Int. credito		47	-90,101	56,521	4,652			7.3376%	1.0000%
Commiss.ni		-2,200	-92,301	Saldo medio				TEG	

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

- il saldo finale prima della contabilizzazione delle competenze è
- -86.000
- i numeri debitori e creditori sono rispettivamente 20.630.000 e 1.698.000
- gli interessi debitori (a tassi variabili) e creditori (a tasso fisso) sono 4.147,23 e 46,52
- il saldo debitore medio è $56.521 = 20.630.000/365$
- il tasso debitore medio per soli interessi è $7,3376\% = 4.147,23/56.521$
- il saldo finale dopo la contabilizzazione delle competenze è -92.301

Seconda stesura del conto corrente: sostituzione dei tassi variabili con il tasso debitore medio (7,3376%): i risultati coincidono con quelli della stesura base

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

Tempi	gg	Mov	Saldi	Num db	Num cr	tax db	tax cr	Int db	Int cr
31/12/2016	0	-100,000	-100,000						
07/02/2017	38	-6,000	-106,000	3,800,000	0	7.3376%	1.0000%	763.91	0.00
31/03/2017	52	50,000	-56,000	5,512,000	0	7.3376%	1.0000%	1,108.07	0.00
25/04/2017	25	-40,000	-96,000	1,400,000	0	7.3376%	1.0000%	281.44	0.00
30/04/2017	5	0	-96,000	480,000	0	7.3376%	1.0000%	96.49	0.00
30/06/2017	61	150,000	54,000	5,856,000	0	7.3376%	1.0000%	1,177.23	0.00
25/07/2017	25	-50,000	4,000	0	1,350,000	7.3376%	1.0000%	0.00	36.99
30/09/2017	67	-30,000	-26,000	0	268,000	7.3376%	1.0000%	0.00	7.34
31/10/2017	31	-10,000	-36,000	806,000	0	7.3376%	1.0000%	162.03	0.00
15/11/2017	15	40,000	4,000	540,000	0	7.3376%	1.0000%	108.56	0.00
05/12/2017	20	-90,000	-86,000	0	80,000	7.3376%	1.0000%	0.00	2.19
31/12/2017	26	0	-86,000	2,236,000	0	7.3376%	1.0000%	449.50	0.00
Int. debito		-4,147	-90,147	20,630,000	1,698,000		Totale	4,147.23	46.52
Int. credito		47	-90,101	56,521	4,652			7.3376%	1.0000%
Commiss.ni		-2,200	-92,301	Saldo medio				TEG	

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

Terza stesura del conto corrente: sostituzione dei tassi variabili con il tasso debitore medio maggiorato secondo la formula (1) della Banca d’Italia $9,3376\% = 7,3376\% + 2,0000\%$ e non contabilizzazione delle commissioni (il cui onere dovrebbe essere inglobato nel tasso). Come risulta evidente dal prossimo prospetto, i risultati non coincidono con quelli della stesura base, in quanto il coefficiente di utilizzo medio pari a $51,3823\% = 56.521/110.000$ comporta un riconoscimento parziale, ai fini del calcolo del TEG di oneri per solo 1.130 a fronte dei 2.200, lasciando fuori dal calcolo stesso un importo di 1.070 e ottenendo un saldo finale di -91.231 (= -92.301+1.070) invece che di -92.301

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

Tempi	gg	Mov	Saldi	Num db	Num cr	tax db	tax cr	Int db	Int cr
31/12/2016	0	-100,000	-100,000						
07/02/2017	38	-6,000	-106,000	3,800,000	0	9.3376%	1.0000%	972.13	0.00
31/03/2017	52	50,000	-56,000	5,512,000	0	9.3376%	1.0000%	1,410.10	0.00
25/04/2017	25	-40,000	-96,000	1,400,000	0	9.3376%	1.0000%	358.15	0.00
30/04/2017	5	0	-96,000	480,000	0	9.3376%	1.0000%	122.80	0.00
30/06/2017	61	150,000	54,000	5,856,000	0	9.3376%	1.0000%	1,498.10	0.00
25/07/2017	25	-50,000	4,000	0	1,350,000	9.3376%	1.0000%	0.00	36.99
30/09/2017	67	-30,000	-26,000	0	268,000	9.3376%	1.0000%	0.00	7.34
31/10/2017	31	-10,000	-36,000	806,000	0	9.3376%	1.0000%	206.19	0.00
15/11/2017	15	40,000	4,000	540,000	0	9.3376%	1.0000%	138.14	0.00
05/12/2017	20	-90,000	-86,000	0	80,000	9.3376%	1.0000%	0.00	2.19
31/12/2017	26	0	-86,000	2,236,000	0	9.3376%	1.0000%	572.02	0.00
Int. & comm.		-5,278	-91,278	20,630,000	1,698,000		Totali	5,277.64	46.52
Int. credito		47	-91,231	56,521	4,652			9.3376%	1.0000%
				Saldo medio				TEG	

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

Quarta stesura del conto corrente: sostituzione dei tassi variabili con il tasso debitore medio maggiorato secondo la formula (1@) “bonificata” $11,2300\% = 7,3376\% + 3,8924\%$ (essendo $3,8924\% = 2.200/56.521$) e non contabilizzazione delle commissioni (il cui onere, trattato alla stessa stregua degli interessi, risulta interamente inglobato nel tasso). Come risulta evidente dal prossimo prospetto, i risultati coincidono con quelli della stesura base

In conclusione, l’esempio presentato mostra l’inadeguatezza della formula (1) della Banca d’Italia ed evidenzia, al tempo stesso, come, dopo la “bonifica” effettuata, la formula (1@) consenta, invece, di ottenere il **TEG cercato in forma corretta**.

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

Tempi	gg	Mov	Saldi	Num db	Num cr	tax db	tax cr	Int db	Int cr
31/12/2016	0	-100,000	-100,000						
07/02/2017	38	-6,000	-106,000	3,800,000	0	11.2300%	1.0000%	1,169.15	0.00
31/03/2017	52	50,000	-56,000	5,512,000	0	11.2300%	1.0000%	1,695.88	0.00
25/04/2017	25	-40,000	-96,000	1,400,000	0	11.2300%	1.0000%	430.74	0.00
30/04/2017	5	0	-96,000	480,000	0	11.2300%	1.0000%	147.68	0.00
30/06/2017	61	150,000	54,000	5,856,000	0	11.2300%	1.0000%	1,801.72	0.00
25/07/2017	25	-50,000	4,000	0	1,350,000	11.2300%	1.0000%	0.00	36.99
30/09/2017	67	-30,000	-26,000	0	268,000	11.2300%	1.0000%	0.00	7.34
31/10/2017	31	-10,000	-36,000	806,000	0	11.2300%	1.0000%	247.98	0.00
15/11/2017	15	40,000	4,000	540,000	0	11.2300%	1.0000%	166.14	0.00
05/12/2017	20	-90,000	-86,000	0	80,000	11.2300%	1.0000%	0.00	2.19
31/12/2017	26	0	-86,000	2,236,000	0	11.2300%	1.0000%	687.95	0.00
Int. & comm.		-6,347	-92,347	20,630,000	1,698,000		Totale	6,347.23	46.52
Int. credito		47	-92,301	56,521	4,652			11.2300%	1.0000%
				Saldo medio				TEG	

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

I precedenti esempi sono stati svolti , considerando l’ipotesi di capitalizzazione annuali degli interessi e delle commissioni ; tali esempi possono essere completati con l’ipotesi che tale capitalizzazione avvenga **trimestralmente** (essendo evidente come tale considerazione comporti una «bonifica» maggiormente puntuale).

Analogamente alla situazione precedente , anche in questo caso l’esemplificazione comporta quattro stesure , la cui interpretazione dei risultati può essere effettuata in analogia a quanto indicato nel caso precedente. Nota: nel caso delle stesure 2 e 4 i tassi medi, non coincidono con quelli delle stesure immediatamente precedenti, ma vanno ricercati mediante metodi di tipo numerico (ad esempio, il metodo delle tangente di Newton- Raphson).

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

Tempi	gg	Mov	Saldi	Num db	Num cr	tax db	tax cr	Int db	Int cr
31/12/2016	0	-100,000	-100,000						
07/02/2017	38	-6,000	-106,000	3,800,000	0	6.0000%	1.0000%	624.66	0.00
31/03/2017	52	50,000	-56,000	5,512,000	0	6.0000%	1.0000%	906.08	0.00
31/03/2017	0	-1,531	-57,531	9,312,000	0			1,530.74	0.00
31/03/2017	0	-550	-58,081						
25/04/2017	25	-40,000	-98,081	1,452,018	0	7.0000%	1.0000%	278.47	0.00
30/04/2017	5	0	-98,081	490,404	0	8.0000%	1.0000%	107.49	0.00
30/06/2017	61	150,000	51,919	5,982,925	0	8.0000%	1.0000%	1,311.33	0.00
30/06/2017	0	-1,697	50,222	7,925,347	0			1,697.28	0.00
30/06/2017	0	-550	49,672						
25/07/2017	25	-50,000	-328	0	1,241,799	8.0000%	1.0000%	0.00	34.02
30/09/2017	67	-30,000	-30,328	21,977	0	8.0000%	1.0000%	4.82	0.00
30/09/2017	0	29	-30,299	21,977	1,241,799			4.82	34.02
30/09/2017	0	-550	-30,849						
31/10/2017	31	-10,000	-40,849	956,313	0	9.0000%	1.0000%	235.80	0.00
15/11/2017	15	40,000	-849	612,732	0	10.0000%	1.0000%	167.87	0.00
05/12/2017	20	-90,000	-90,849	16,976	0	10.0000%	1.0000%	4.65	0.00
31/12/2017	26	0	-90,849	2,362,069	0	10.0000%	1.0000%	647.14	0.00
31/12/2017	0	0	-90,849	3,948,091	0			1,055.47	0.00
31/12/2017	0	0	-90,849						
Int. debito		-1,055	-91,904	21,207,416	1,241,799		Totale	4,288.31	34.02
Int. credito		0	-91,904	58,103	3,402			7.3806%	1.0000%
Commiss.ni		-550	-92,454	Saldo medio				TEG	

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

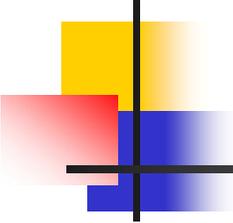
Tempi	gg	Mov	Saldi	Num_db	Num_cr	tax_db	tax_cr	Int_db	Int_cr
31/12/2016	0	-100,000	-100,000						
07/02/2017	38	-6,000	-106,000	3,800,000	0	7.3554%	1.0000%	765.77	0.00
31/03/2017	52	50,000	-56,000	5,512,000	0	7.3554%	1.0000%	1,110.76	0.00
31/03/2017	0	-1,877	-57,877	9,312,000	0			1,876.53	0.00
31/03/2017	0	-550	-58,427						
25/04/2017	25	-40,000	-98,427	1,460,663	0	7.3554%	1.0000%	294.35	0.00
30/04/2017	5	0	-98,427	492,133	0	7.3554%	1.0000%	99.17	0.00
30/06/2017	61	150,000	51,573	6,004,018	0	7.3554%	1.0000%	1,209.91	0.00
30/06/2017	0	-1,603	49,970	7,956,814	0			1,603.44	0.00
30/06/2017	0	-550	49,420						
25/07/2017	25	-50,000	-580	0	1,235,501	7.3554%	1.0000%	0.00	33.85
30/09/2017	67	-30,000	-30,580	38,858	0	7.3554%	1.0000%	7.83	0.00
30/09/2017	0	26	-30,554	38,858	1,235,501			7.83	33.85
30/09/2017	0	-550	-31,104						
31/10/2017	31	-10,000	-41,104	964,222	0	7.3554%	1.0000%	194.31	0.00
15/11/2017	15	40,000	-1,104	616,559	0	7.3554%	1.0000%	124.25	0.00
05/12/2017	20	-90,000	-91,104	22,079	0	7.3554%	1.0000%	4.45	0.00
31/12/2017	26	0	-91,104	2,368,703	0	7.3554%	1.0000%	477.33	0.00
31/12/2017	0	0	-91,104	3,971,563	0			800.34	0.00
31/12/2017	0	0	-91,104						
Int. debito		-800	-91,904	21,279,235	1,235,501		Totale	4,288.13	33.85
Int. credito		0	-91,904	58,299	3,385			7.3554%	1.0000%
Commiss.ni		-550	-92,454	Saldo medio				TEG	

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

Tempi	gg	Mov	Saldi	Num db	Num cr	tax db	tax cr	Int db	Int cr
31/12/2016	0	-100,000	-100,000						
07/02/2017	38	-6,000	-106,000	3,800,000	0	9.3554%	1.0000%	973.98	0.00
31/03/2017	52	50,000	-56,000	5,512,000	0	9.3554%	1.0000%	1,412.79	0.00
31/03/2017	0	-2,387	-58,387	9,312,000	0			2,386.78	0.00
31/03/2017	0	0	-58,387						
25/04/2017	25	-40,000	-98,387	1,400,000	0	9.3554%	1.0000%	358.84	0.00
30/04/2017	5	0	-98,387	491,934	0	9.3554%	1.0000%	126.09	0.00
30/06/2017	61	150,000	51,613	6,001,593	0	9.3554%	1.0000%	1,538.28	0.00
30/06/2017	0	-2,023	49,590	7,893,527	0			2,023.20	0.00
30/06/2017	0	0	49,590						
25/07/2017	25	-50,000	-410	0	1,290,331	9.3554%	1.0000%	0.00	35.35
30/09/2017	67	-30,000	-30,410	27,469	0	9.3554%	1.0000%	7.04	0.00
30/09/2017	0	28	-30,382	27,469	1,290,331			7.04	35.35
30/09/2017	0	0	-30,382						
31/10/2017	31	-10,000	-40,382	942,709	0	9.3554%	1.0000%	241.63	0.00
15/11/2017	15	40,000	-382	605,725	0	9.3554%	1.0000%	155.25	0.00
05/12/2017	20	-90,000	-90,382	7,633	0	9.3554%	1.0000%	1.96	0.00
31/12/2017	26	0	-90,382	2,349,923	0	9.3554%	1.0000%	602.31	0.00
31/12/2017	0	0	-90,382	3,905,991	0			1,001.15	0.00
31/12/2017	0	0	-90,382						
Int. & comm.		-1,001	-91,383	21,138,987	1,290,331		Totali	5,418.17	35.35
Int. credito		0	-91,383	57,915	3,535			9.3554%	1.0000%
			Saldo medio					TEG	

Analisi della “strana” formula (1) delle Istruzioni della Banca d’Italia

Tempi	gg	Mov	Saldi	Num db	Num cr	tax db	tax cr	Int db	Int cr
31/12/2016	0	-100,000	-100,000						
07/02/2017	38	-6,000	-106,000	3,800,000	0	11.1184%	1.0000%	1,157.54	0.00
31/03/2017	52	50,000	-56,000	5,512,000	0	11.1184%	1.0000%	1,679.04	0.00
31/03/2017	0	-2,837	-58,837	9,312,000	0			2,836.57	0.00
31/03/2017	0	0	-58,837						
25/04/2017	25	-40,000	-98,837	1,400,000	0	11.1184%	1.0000%	426.46	0.00
30/04/2017	5	0	-98,837	494,183	0	11.1184%	1.0000%	150.54	0.00
30/06/2017	61	150,000	51,163	6,029,031	0	11.1184%	1.0000%	1,836.53	0.00
30/06/2017	0	-2,414	48,750	7,923,214	0			2,413.53	0.00
30/06/2017	0	0	48,750						
25/07/2017	25	-50,000	-1,250	0	1,279,086	11.1184%	1.0000%	0.00	35.04
30/09/2017	67	-30,000	-31,250	83,757	0	11.1184%	1.0000%	25.51	0.00
30/09/2017	0	10	-31,241	83,757	1,279,086			25.51	35.04
30/09/2017	0	0	-31,241						
31/10/2017	31	-10,000	-41,241	968,753	0	11.1184%	1.0000%	295.10	0.00
15/11/2017	15	40,000	-1,241	618,609	0	11.1184%	1.0000%	188.44	0.00
05/12/2017	20	-90,000	-91,241	24,811	0	11.1184%	1.0000%	7.56	0.00
31/12/2017	26	0	-91,241	2,372,255	0	11.1184%	1.0000%	722.62	0.00
31/12/2017	0	0	-91,241	3,984,428	0			1,213.72	0.00
31/12/2017	0	0	-91,241						
Int. & comm.		-1,214	-92,454	21,303,398	1,279,086		Totale	6,489.33	35.04
Int. credito		0	-92,454	58,365	3,504			11.1184%	1.0000%
			Saldo medio					TEG	



Conclusioni e futuri sviluppi

Il presente studio ha riguardato **l'analisi algebrica e finanziaria** delle formule proposte dalla Banca d'Italia in tema di **usura**, che da **“strane”** si sono in fine rivelate **“errate”**.

L'analisi effettuata ha evidenziato le diverse **carenze**, proponendo formule **“bonificate”** e rinviando a un successivo sviluppo per l'esame della possibilità che le diverse formule **“bonificate”** siano casi particolari di una **formula generale**, tenendo ovviamente conto delle ipotesi di **esistenza e di unicità delle soluzioni** e della **differenziazione dei regimi finanziari**.

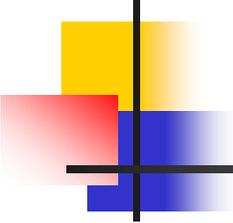
ANATOCISMO e USURA

Aspetti tecnico - matematici

L'anatocismo nell'ammortamento di mutui "alla francese"

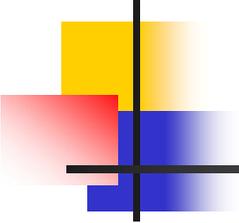
Foggia, 10 maggio 2018

Antonio Annibali



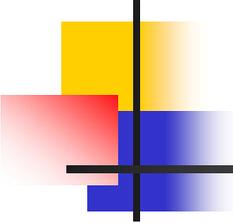
Agenda

- Premessa
- Anatocismo
- Metodologie di ammortamento di un mutuo
- Regimi finanziari (proprietà delle leggi finanziarie)
- Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi
- Evidenze empiriche e confronto tra l'ammortamento di un mutuo e la struttura di un conto corrente
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione composta
 - Distinzione tra interessi anatocistici e non anatocistici
 - Quantificazione del fenomeno anatocistico
 - Eliminazione degli interessi anatocistici
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice



Agenda

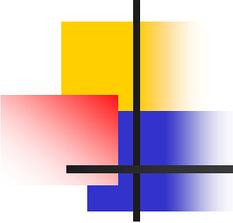
- **Premessa**
- Anatocismo
- Metodologie di ammortamento di un mutuo
- Regimi finanziari (proprietà delle leggi finanziarie)
- Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi
- Evidenze empiriche e confronto tra l'ammortamento di un mutuo e la struttura di un conto corrente
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione composta
 - Distinzione tra interessi anatocistici e non anatocistici
 - Quantificazione del fenomeno anatocistico
 - Eliminazione degli interessi anatocistici
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice



Premessa

Questi ultimi anni sono stati caratterizzati da numerose sentenze sul tema della presenza /assenza dell'anatocismo nei piani di ammortamento **“alla francese”** stilati nel regime finanziario della **capitalizzazione composta**, ma tutte le sentenze, tranne le due famose ritenute **“isolate”**, ne asseriscono l'**assenza**, sulla base di considerazioni tecniche che, dal punto di vista della Matematica Finanziaria, risultano **non accettabili**.

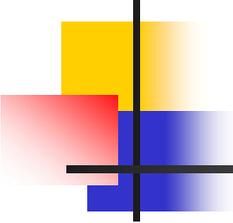
Con riguardo al generale problema dell'ammortamento di mutui (in particolare **“alla francese”**, ossia con **rate costanti**), è risultata evidente, in diverse occasioni, una non adeguata distinzione (anche da parte di addetti al settore) tra il concetto di **metodologia di ammortamento** e quello di **regime finanziario**, in base alle cui leggi vengono effettuati i calcoli per la stesura dei piani di rimborso.



Premessa

In conseguenza di tale mancata chiarezza, sono state avanzate ad alcuni docenti universitari di Matematica Finanziaria e/o Attuari professionisti richieste puntuali sulla possibilità di effettuare ammortamenti, con metodologia “**alla francese**”, nel regime finanziario della **capitalizzazione semplice** e, in caso positivo, su quali fossero gli **algoritmi** di riferimento.

L'obiettivo richiesto è risultato quindi quello di poter realizzare, dal punto di vista scientifico e tecnico, un modello matematico (e il suo algoritmo di calcolo) per la tipologia di ammortamento e il regime finanziario richiesti, fornendo il relativo software .



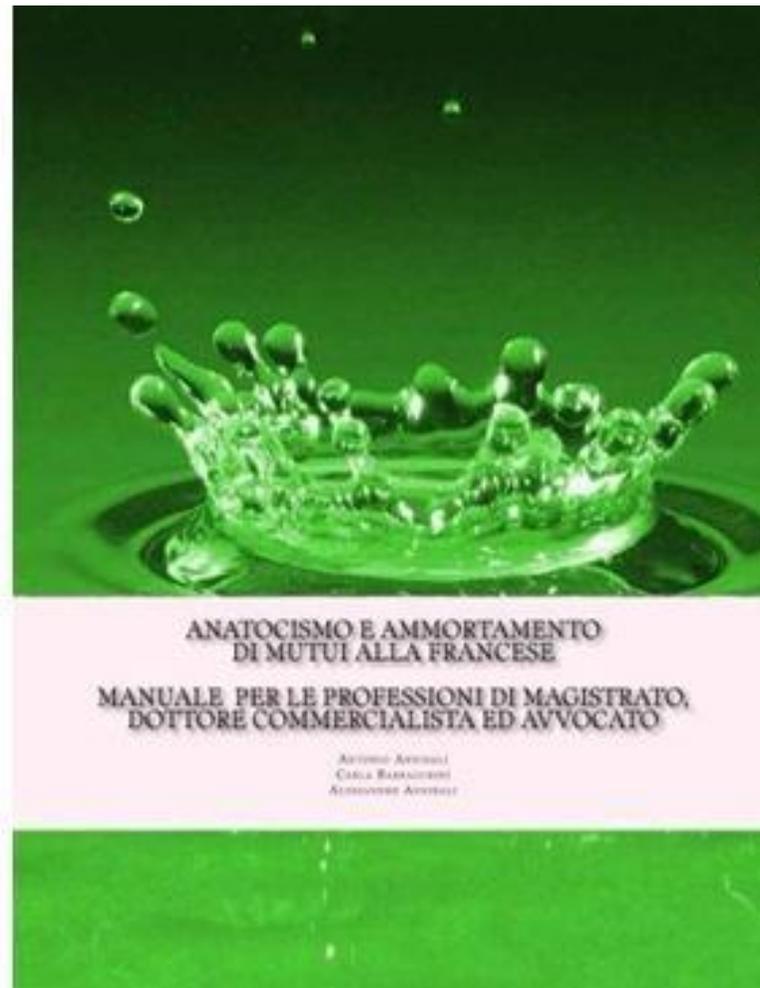
Premessa

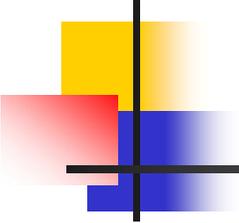
La dimostrazione matematica della **presenza** del fenomeno anatocistico nell'ammortamento di mutui “**alla francese**”, con piano di rimborso stilato nel regime finanziario della **capitalizzazione composta**, della sua **quantificazione** e della sua **eliminazione**, mediante la costruzione di un piano nel regime finanziario della **capitalizzazione semplice**, è stata oggetto di studio da parte di un gruppo di ricerca composto da docenti di Matematica Finanziaria delle Università di Roma «La Sapienza» e dell'Aquila e ha formato argomento di due libri:

«Anatocismo e ammortamento di mutui “alla francese” in capitalizzazione semplice» (con argomentazioni di tipo teorico),

«Anatocismo e ammortamento di mutui “alla francese” – Manuale per le professioni di magistrato, dottore commercialista e avvocato» (con le stesse argomentazioni in un'ottica di tipo tecnico-pratica).

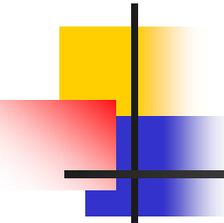
Premessa (Libri)





Agenda

- Premessa
- **Anatocismo**
- Metodologie di ammortamento di un mutuo
- Regimi finanziari (proprietà delle leggi finanziarie)
- Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi
- Evidenze empiriche e confronto tra l'ammortamento di un mutuo e la struttura di un conto corrente
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione composta
 - Distinzione tra interessi anatocistici e non anatocistici
 - Quantificazione del fenomeno anatocistico
 - Eliminazione degli interessi anatocistici
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice

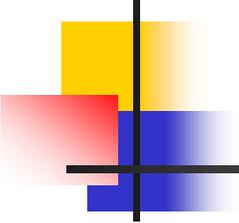


Anatocismo

Anatocismo (dal termine greco $\acute{\alpha}\nu\alpha\tau\omicron\kappa\iota\sigma\mu\acute{o}\varsigma$, *anatokismós*, composto di $\acute{\alpha}\nu\alpha$ - «sopra, di nuovo» e $\tau\omicron\kappa\iota\sigma\mu\acute{o}\varsigma$ «usura») corrisponde al calcolo di interessi su interessi precedentemente maturati, in conseguenza, secondo i principi di Matematica Finanziaria, della **capitalizzazione di interessi** (ossia, della trasformazione di interessi in capitale).

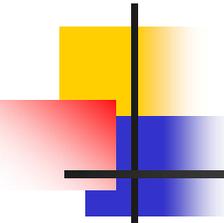
Tale concetto si contrappone alla **contabilizzazione di interessi** (ossia, mantenimento degli interessi in forma separata dal capitale) e al conseguente calcolo di interessi, senza la considerazione degli interessi precedentemente maturati.

L'anatocismo è l'oggetto dell'**art.1283** del **Codice Civile** Italiano.



Agenda

- Premessa
- Anatocismo
- **Metodologie di ammortamento di un mutuo**
- Regimi finanziari (proprietà delle leggi finanziarie)
- Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi
- Evidenze empiriche e confronto tra l'amortamento di un mutuo e la struttura di un conto corrente
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione composta
 - Distinzione tra interessi anatocistici e non anatocistici
 - Quantificazione del fenomeno anatocistico
 - Eliminazione degli interessi anatocistici
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice



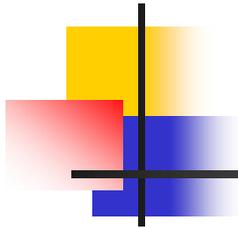
Metodologie di ammortamento di un mutuo

Riguardo alle caratteristiche di un contratto di mutuo e la classificazione delle sue possibili tipologie, si può affermare che:

“Un mutuo è un contratto mediante il quale una parte, detta **mutuante**, presta a un'altra parte, detta **mutuatario**, una determinata somma di denaro, con l'obbligo da parte di quest'ultima di restituire, secondo regole stabilite nel contratto stesso, importi finanziariamente equivalenti all'importo prestato.

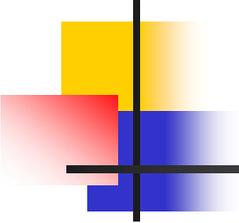
Tale operazione, che assume normalmente la forma di **prestito indiviso**, per la presenza di un unico mutuante e un unico mutuatario, può prevedere diverse **metodologie** di rimborso.

Metodologie di ammortamento di un mutuo



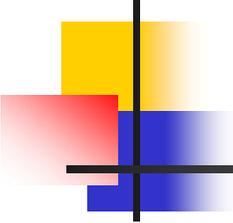
La **metodologia di ammortamento** di un mutuo corrisponde alla regola con la quale si procede al rimborso dell'importo prestato:

- **mutuo puro**, con pagamento periodico degli interessi e rimborso della somma prestata alla scadenza dell'operazione,
- ammortamento "**all'italiana**", con pagamento periodico di quote capitali costanti e contemporaneo pagamento di interessi sul debito non ancora rimborsato,
- ammortamento "**alla francese**", con pagamento periodico di rate costanti, comprensive degli interessi sul debito non ancora rimborsato e delle quote capitali,
- ammortamento "**all'americana**", nella forma di mutuo puro, con accumulo, tramite rate costanti, di un capitale da destinare al rimborso della somma prestata alla scadenza dell'operazione.



Agenda

- Premessa
- Anatocismo
- Metodologie di ammortamento di un mutuo
- **Regimi finanziari (proprietà delle leggi finanziarie)**
- Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi
- Evidenze empiriche e confronto tra l'ammortamento di un mutuo e la struttura di un conto corrente
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione composta
 - Distinzione tra interessi anatocistici e non anatocistici
 - Quantificazione del fenomeno anatocistico
 - Eliminazione degli interessi anatocistici
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice



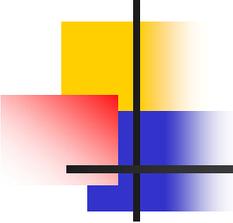
Regimi finanziari

Il **regime finanziario** è il principio secondo cui vanno effettuate le valutazioni, le quali sono operativamente effettuate tramite le **leggi finanziarie** (ossia le **formule**, gli **algoritmi**) sottostanti a tale principio.

I due regimi finanziari principalmente usati sono:

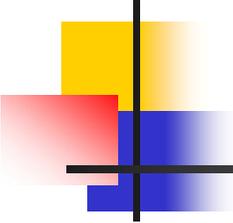
- regime finanziario (detto **esponenziale**) della **capitalizzazione composta**, nel quale gli interessi precedentemente maturati, a causa della loro capitalizzazione, sono causa di ulteriori interessi, con **presenza** quindi del fenomeno **anatocistico**,

- regime finanziario (detto **lineare/iperbolico**) della **capitalizzazione semplice**, nel quale gli interessi precedentemente maturati sono soltanto contabilizzati e non generano ulteriori interessi, con **assenza** quindi del fenomeno **anatocistico**.



Regimi finanziari

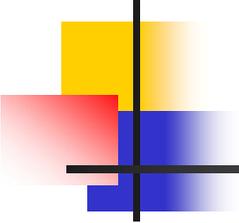
Al momento attuale, la metodologia più frequentemente utilizzata per il rimborso di un mutuo è quella dell'ammortamento “**alla francese**”, con **rate costanti** equi-intervallate e **tasso** d'interesse **costante**. Tale metodologia può essere generalizzata, considerando **rate variabili** (es.: proporzionali a numeri prefissati) e/o **tassi** d'interesse **variabili**. E' comunque evidente che i risultati numerici relativi alle diverse metodologie di ammortamento dipendono dal regime finanziario utilizzato per lo svolgimento dei calcoli. Nella realtà operativa, per la quasi totalità dei mutui “**alla francese**” concessi da Istituti di credito, vengono utilizzati algoritmi di calcolo basati sulle leggi finanziarie del regime della **capitalizzazione composta** e, come si vedrà, ciò comporta, escludendo il caso banale di un mutuo uniperiodale e/o a tasso nullo, la presenza di **anatocismo**, conseguenza della caratteristica di **scindibilità** delle leggi finanziarie di tale regime.



Regimi finanziari

Nei due libri precedentemente indicati sono state svolte diverse considerazioni e presentati esempi sulla strada da percorrere per raggiungere gli obiettivi precedentemente indicati e cioè:

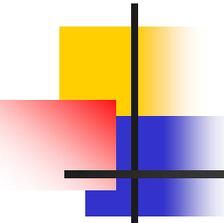
- verifica della **presenza** di anatocismo nell'ammortamento di mutui "alla francese" in **capitalizzazione composta (cc)**,
- sua relativa **quantificazione**,
- sua **eliminazione** mediante la costruzione di un piano di ammortamento in **capitalizzazione semplice (cs)**,
- calcolo del **TIC (tasso interno costo)** in cs di un mutuo stilato in cc,
- problematiche connesse con la ricostruzione in cs di un ammortamento **parzialmente svoltosi in cc** e ipotesi di alcune possibili soluzioni: durata ridotta, rate ridotte, conguaglio, estinzione anticipata)



Agenda

- Premessa
- Anatocismo
- Metodologie di ammortamento di un mutuo
- Regimi finanziari (proprietà delle leggi finanziarie)
- **Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi**
- Evidenze empiriche e confronto tra l'ammortamento di un mutuo e la struttura di un conto corrente
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione composta
 - Distinzione tra interessi anatocistici e non anatocistici
 - Quantificazione del fenomeno anatocistico
 - Eliminazione degli interessi anatocistici
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice

Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi



Con riguardo alla attendibilità matematica e logica delle affermazioni e deduzioni presenti in diverse **C.T.U.** e **C.T.P.** esaminate e nelle conseguenti **sentenze**, va ricordato che:

- un **assioma** è una verità incontrovertibile,
- un **postulato** è una verità palesemente vera rispetto all'intuizione e all'esperienza,
- una **congettura** è un'affermazione di cui non è stata dimostrata la sua veridicità, nè il suo contrario,
- un **teorema** è un'affermazione dimostrata,

ed è evidente che le affermazioni e le deduzioni, se prive di adeguata dimostrazione, sono semplici **congetture**, che, come affermava un eminente matematico, **soggiacciono ai teoremi** (ossia alle **congetture dimostrate**) a loro contrapposti.

Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi

Come prima accennato, alle argomentazioni presentate nei due volumi sono state di recente contrapposte **osservazioni** ed evidenziate **discordanze di vedute**, quali ad esempio:

Oss.1 - Il regime finanziario della capitalizzazione composta **non genera calcolo di interessi su interessi** e quindi non comporta anatocismo.

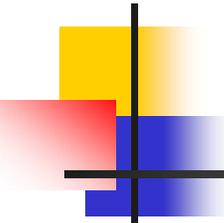
Risp.1 - Il regime finanziario della **capitalizzazione composta** è caratterizzato da **leggi finanziarie scindibili**

$$r_{x,y} = r_{x,u} r_{u,y} \quad (1+i)^{y-x} = (1+i)^{u-x} (1+i)^{y-u}$$

da cui deriva

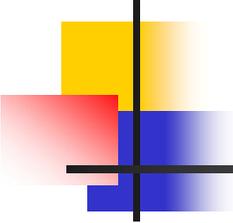
$$i_{x,y} = i_{x,u} + i_{u,y} + i_{x,u} i_{u,y}$$

Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi



la prima formula mostra come il **montante unitario finale**, relativo all'intero intervallo $[x,y]$, non si modifica se, ad una qualsiasi epoca "**intermedia**" u , l'operazione finanziaria di investimento viene interrotta (disinvestendo il montante accumulato nel primo periodo $[x,u]$) e immediatamente ripresa (reinvestendo tale montante intermedio nel secondo periodo $[u,y]$).

la seconda formula mostra come l'interesse relativo all'intero intervallo $[x,y]$ risulti pari all'interesse relativo al primo periodo $[x,u]$, calcolato sul capitale iniziale, più l'**interesse** relativo al secondo periodo $[u,y]$, **calcolato** però sul capitale iniziale maggiorato dell'interesse del primo periodo, ossia sul suo **montante**.



Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi

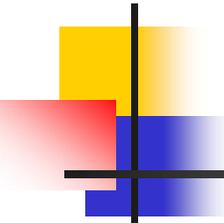
Il regime finanziario della **capitalizzazione semplice** è caratterizzato da leggi finanziarie additive

$$i_{x,y} = i_{x,u} + i_{u,y} \quad i(y-x) = i(u-x) + i(y-u)$$

La formula mostra come, partendo dal capitale unitario iniziale, l'interesse relativo all'intero intervallo $[x,y]$ risulti pari all'interesse relativo al primo periodo $[x,u]$, calcolato sul capitale iniziale, più l'**interesse** relativo al secondo periodo $[u,y]$, **calcolato** sempre sul **capitale iniziale**.

Le proprietà di **scindibilità** e di **additività** sono tra loro **incompatibili**.

Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi



Le considerazioni precedenti mostrano come, escludendo il caso di tassi periodali di interesse nulli,:

- l'adozione di regimi finanziari, caratterizzati da leggi **scindibili**, comporti **presenza di anatocismo**, conseguente alla **capitalizzazione** di interessi calcolati su interessi precedentemente maturati,
- l'adozione di regimi finanziari, caratterizzati da leggi **additive**, comporti **assenza di anatocismo**, conseguente alla **mancata capitalizzazione** di interessi calcolati su interessi precedentemente maturati.

Tale osservazione evidenzia come la presenza di anatocismo **dipenda dal regime finanziario** (e quindi dalle leggi utilizzate per effettuare i calcoli) e **non dal tipo di operazione finanziaria**.

Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi

Oss.2 - L'ammortamento di un mutuo “**alla francese**”, anche se la rata è calcolata in capitalizzazione composta, **non comporta anatocismo**, perché ogni quota interesse è calcolata moltiplicando il debito residuo dell'epoca precedente per il tasso di interesse periodale (utilizzando quindi una formula tipica del regime della **capitalizzazione semplice**).

Risp.2 - L'interesse calcolato nel regime finanziario della **capitalizzazione composta**, per un capitale P, risulta

$$P i_{x,y} = P ((1+i)^{y-x}-1)$$

e analogamente nel regime finanziario della **capitalizzazione semplice**

$$P i^{cs}_{x,y} = P i (y-x)$$

Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi

è evidente che, con riferimento a un periodo unitario (rispetto al tasso di interesse utilizzato) e a una prestazione di importo pari a P , risulta

$$P i_{[1]} = P ((1+i)^1 - 1) = P i \qquad P i^{cs}_{[1]} = P i \cdot 1 = P i$$

L'ultima relazione (coincidenza della quota interessi nei due regimi), ben nota a chi ha conoscenza dei fondamenti della Matematica Finanziaria, evidenzia come **non sia possibile affermare** (come fatto da taluni soggetti) che la modalità di calcolo delle quote interessi di un piano di ammortamento “**alla francese**”, anche se la rata risulta calcolata in capitalizzazione composta, presupponga **che il calcolo sia stato effettuato in capitalizzazione semplice** (piuttosto che in capitalizzazione composta), ovvero che la modalità (**effetto**) del calcolo derivi strettamente dalla scelta dell'utilizzazione (**causa**) del regime della capitalizzazione semplice.

Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi

Nella situazione in esame, temporalmente unitaria, le formule relative ai due regimi coincidono e pertanto l'espressione (**effetto**) risulta **referibile sia all'uno che all'altro regime (causa)**.

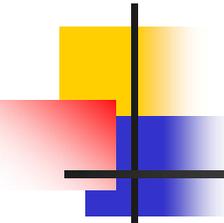
Due esempi possono essere utili alla comprensione del concetto :

- dati due numeri 2, 2 e il **risultato 4 (effetto)**, non è possibile affermare che l'operazione (ossia il modello di calcolo, paragonabile alla legge finanziaria) utilizzata sia necessariamente la **moltiplicazione (causa)**, potendo essere anche l'addizione,
- data una persona presente nella piazza all'**incrocio di due strade (a) e (b) (effetto)**, non è possibile affermare che provenga dalla strada (a) (**causa**), potendo anche provenire dalla strada (b).

E' evidente che, per identificare il modello di calcolo (o di comportamento), è necessario ampliare gli elementi di valutazione:

Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi

- considerare anche i due numeri 3, 3 e il risultato 9, la quale informazione permette di affermare che l'operazione utilizzata è sicuramente la **moltiplicazione**, che è quindi la **causa** del risultato,
- considerare anche un tratto di percorso precedente, la quale informazione permette di definire **sicuramente la strada di provenienza**, che è quindi la **causa** della presenza della persona nella piazza,
- nel caso allo studio - considerare almeno due quote interessi e quindi verificare che la seconda quota è calcolata sul debito residuo precedente, che comprende interessi precedentemente maturati, e che quindi **evidenzia** l'applicazione delle leggi della **capitalizzazione composta**, che è quindi **la causa** del risultato, e non, come erroneamente asserito in quasi tutte le sentenze di merito, l'applicazione delle leggi della capitalizzazione semplice.

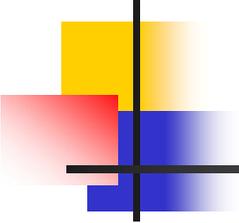


Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi

Nota: l'errore evidenziato **non è un errore di algebra**, ma piuttosto un **errore di logica**: può essere utile in tal senso considerare la teoria sull'**inferenza** di **John Stuart Mill**, leggendo la sua opera "System of logic" ossia "Sistema della logica deduttiva e induttiva".

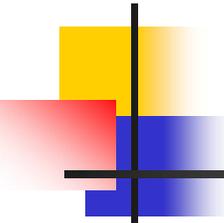
Oss.3 - Anche se in una generica operazione finanziaria (esempio: un **conto corrente**) è possibile calcolare ed eliminare l'anatocismo, **l'ammortamento dei mutui ha una struttura non paragonabile** e quindi le considerazioni generali non sono applicabili a tale di operazione.

Risp.3 - Nel prosieguo della trattazione verrà presentato un evidente parallelismo tra un'operazione di mutuo e un'operazione finanziaria di conto corrente, caratterizzati dallo stesso cash-flow (flusso di cassa). La corrispondenza tra le poste delle due operazioni comporta quindi la **contemporanea presenza** oppure **assenza di anatocismo**.



Agenda

- Premessa
- Anatocismo
- Metodologie di ammortamento di un mutuo
- Regimi finanziari (proprietà delle leggi finanziarie)
- Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi
- **Evidenze empiriche e confronto tra l'ammortamento di un mutuo e la struttura di un conto corrente**
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione composta
 - Distinzione tra interessi anatocistici e non anatocistici
 - Quantificazione del fenomeno anatocistico
 - Eliminazione degli interessi anatocistici
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice

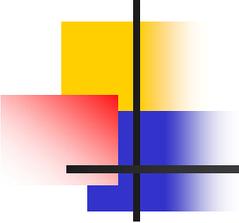


Evidenze empiriche e confronto tra l'ammortamento di un mutuo e la struttura di un conto corrente

L'ammortamento di un mutuo prevede il **prestito** di una somma a un tempo iniziale e la **restituzione** di una rendita composta da n rate costanti equi-intervallate (annuali, semestrali, mensili, etc.).

Tale operazione finanziaria, per assicurare la sua equità deve verificare la **condizione di chiusura**, secondo le due seguenti condizioni, necessarie per l'azzeramento del debito residuo finale:

- **uguaglianza** tra il debito iniziale e la somma delle quote capitali,
- **equivalenza** (assoluta o relativa, a seconda del regime finanziario adottato) tra il debito iniziale e l'insieme delle rate. Nel caso di un regime finanziario con **leggi non scindibili** (es. CS), la condizione di equivalenza dovrà realizzarsi **necessariamente al tempo finale**, mentre nel caso di un regime finanziario con **leggi scindibili** (es. CC), essa potrà realizzarsi anche in un **qualsiasi altro tempo**.



Agenda

- Premessa
- Anatocismo
- Metodologie di ammortamento di un mutuo
- Regimi finanziari (proprietà delle leggi finanziarie)
- Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi
- Evidenze empiriche e confronto tra l'ammortamento di un mutuo e la struttura di un conto corrente
- **Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione composta**
- Distinzione tra interessi anatocistici e non anatocistici
- Quantificazione del fenomeno anatocistico
- Eliminazione degli interessi anatocistici
- Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice

Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione composta

Per le considerazioni successive, si farà riferimento alle seguenti informazioni relative al mutuo da ammortizzare:

- Importo prestato: € 100.000
- Durata dell'ammortamento : 20 anni
- Pagamento delle rate: annuale
- Tasso annuo effettivo di interesse: 5%

Nel successivo schema sarà presentato il piano di ammortamento stilato nel regime della **capitalizzazione composta** (con evidenza delle rate (costanti), delle quote interessi, delle quote capitali e dei debiti residui), nonché i movimenti, gli interessi e i saldi di un conto corrente caratterizzato dallo stesso cash-flow: risulterà evidente la **corrispondenza** (biunivoca) tra il prestito/rate e i movimenti del c/c, le quote interessi e gli interessi , i debiti residui e i saldi.

Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione composta

E' noto che dagli elementi contrattuali e dalla conoscenza della **rata** di un piano di ammortamento “**alla francese**”, è possibile calcolare “**in forma ricorsiva**” le altre grandezze del piano stesso :

- **quote interessi**: prodotto di ciascun debito residuo (relativo al periodo precedente: anno, semestre, trimestre, bimestre, mese) per il tasso di interesse effettivo periodale,
- **quote capitali**: differenza tra ciascuna rata e la quota interessi relativa allo stesso tempo; la somma delle quote capitali, pari al debito iniziale, permette di evidenziare la verifica della condizione di chiusura dell'ammortamento,
- **debiti residui**: debito iniziale con sottrazione progressiva delle singole quote capitali, ovvero **sottrazione delle singole rate e addizione delle rispettive quote interessi** (tale considerazione si rivelerà fondamentale per il raffronto con il conto corrente).

Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione composta

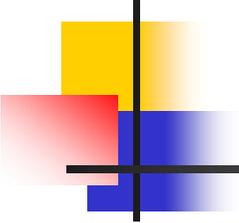
Esempio 1 – Piano di ammortamento in capitalizzazione composta

Piano di ammortamento 1

Tempi	Rata	Interessi	Capitale	Residuo
0				100000.00
1	8024.26	5000.00	3024.26	96975.74
2	8024.26	4848.79	3175.47	93800.27
3	8024.26	4690.01	3334.25	90466.02
4	8024.26	4523.30	3500.96	86965.07
5	8024.26	4348.25	3676.01	83289.06
6	8024.26	4164.45	3859.81	79429.26
7	8024.26	3971.46	4052.80	75376.46
8	8024.26	3768.82	4255.44	71121.02
9	8024.26	3556.05	4468.21	66652.82
10	8024.26	3332.64	4691.62	61961.20
11	8024.26	3098.06	4926.20	57035.00
12	8024.26	2851.75	5172.51	51862.49
13	8024.26	2593.12	5431.13	46431.36
14	8024.26	2321.57	5702.69	40728.67
15	8024.26	2036.43	5987.83	34740.84
16	8024.26	1737.04	6287.22	28453.62
17	8024.26	1422.68	6601.58	21852.05
18	8024.26	1092.60	6931.66	14920.39
19	8024.26	746.02	7278.24	7642.15
20	8024.26	382.11	7642.15	0.00
	160485.17	60485.17	100000.00	

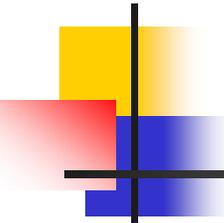
Schema di conto corrente 1

Dare	Avere	Interessi	Saldo
-100000.00			-100000.00
	8024.26	-5000.00	-96975.74
	8024.26	-4848.79	-93800.27
	8024.26	-4690.01	-90466.02
	8024.26	-4523.30	-86965.07
	8024.26	-4348.25	-83289.06
	8024.26	-4164.45	-79429.26
	8024.26	-3971.46	-75376.46
	8024.26	-3768.82	-71121.02
	8024.26	-3556.05	-66652.82
	8024.26	-3332.64	-61961.20
	8024.26	-3098.06	-57035.00
	8024.26	-2851.75	-51862.49
	8024.26	-2593.12	-46431.36
	8024.26	-2321.57	-40728.67
	8024.26	-2036.43	-34740.84
	8024.26	-1737.04	-28453.62
	8024.26	-1422.68	-21852.05
	8024.26	-1092.60	-14920.39
	8024.26	-746.02	-7642.15
	8024.26	-382.11	0.00
	160485.17	-60485.17	



Agenda

- Premessa
- Anatocismo
- Metodologie di ammortamento di un mutuo
- Regimi finanziari (proprietà delle leggi finanziarie)
- Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi
- Evidenze empiriche e confronto tra l'ammortamento di un mutuo e la struttura di un conto corrente
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione composta
 - **Distinzione tra interessi anatocistici e non anatocistici**
 - **Quantificazione del fenomeno anatocistico**
 - Eliminazione degli interessi anatocistici
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice



Distinzione tra interessi anatocistici e non anatocistici Quantificazione del fenomeno anatocistico

Allo scopo di evidenziare e quantificare il fenomeno anatocistico presente nell'ammortamento in capitalizzazione composta, risulta necessario evidenziare i debiti residui in **c/capitale (sorte capitale)**, indicati nell'ultima colonna del piano, ottenuti dal debito iniziale con sottrazione progressiva delle singole rate (sino alla completa estinzione del debito iniziale), senza la contemporanea aggiunta delle quote interessi, la cui presenza comporterebbe il calcolo di interessi su interessi precedentemente maturati (**anatocismo**). Dalla conoscenza dei debiti residui in c/capitale è possibile distinguere nella quota interessi la componente anatocistica da quella non anatocistica. In analogia a quanto indicato nell'esempio 1, in questo caso sono evidenti le ulteriori corrispondenze (biunivoche) tra i debiti residui in **c/capitale del mutuo** e i **saldi depurati del c/c** (tenendo conto del tasso nullo applicato ai saldi creditori) e tra gli interessi anatocistici e non anatocistici del mutuo e del c/c.

Distinzione tra interessi anatocistici e non anatocistici Quantificazione del fenomeno anatocistico

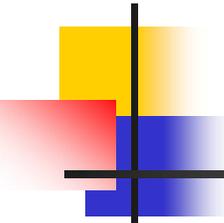
Esempio 2 - Piano di ammortamento in capitalizzazione composta con evidenza degli interessi anatocistici e degli interessi non anatocistici

Piano di ammortamento 2

Tempi	Rata	Interessi	Int Anato	Int no Ana	Capitale	Residuo	Res c/cap
0						100000.00	100000.00
1	8024.26	5000.00	0.00	5000.00	3024.26	96975.74	91975.74
2	8024.26	4848.79	250.00	4598.79	3175.47	93800.27	83951.48
3	8024.26	4690.01	492.44	4197.57	3334.25	90466.02	75927.22
4	8024.26	4523.30	726.94	3796.36	3500.96	86965.07	67902.97
5	8024.26	4348.25	953.11	3395.15	3676.01	83289.06	59878.71
6	8024.26	4164.45	1170.52	2993.94	3859.81	79429.26	51854.45
7	8024.26	3971.46	1378.74	2592.72	4052.80	75376.46	43830.19
8	8024.26	3768.82	1577.31	2191.51	4255.44	71121.02	35805.93
9	8024.26	3556.05	1765.75	1790.30	4468.21	66652.82	27781.67
10	8024.26	3332.64	1943.56	1389.08	4691.62	61961.20	19757.41
11	8024.26	3098.06	2110.19	987.87	4926.20	57035.00	11733.15
12	8024.26	2851.75	2265.09	586.66	5172.51	51862.49	3708.90
13	8024.26	2593.12	2407.68	185.44	5431.13	46431.36	0.00
14	8024.26	2321.57	2321.57	0.00	5702.69	40728.67	0.00
15	8024.26	2036.43	2036.43	0.00	5987.83	34740.84	0.00
16	8024.26	1737.04	1737.04	0.00	6287.22	28453.62	0.00
17	8024.26	1422.68	1422.68	0.00	6601.58	21852.05	0.00
18	8024.26	1092.60	1092.60	0.00	6931.66	14920.39	0.00
19	8024.26	746.02	746.02	0.00	7278.24	7642.15	0.00
20	8024.26	382.11	382.11	0.00	7642.15	0.00	0.00
	160485.17	60485.17	26779.78	33705.39	100000.00		

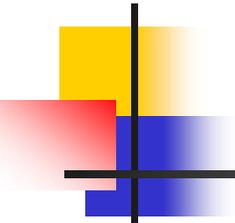
Schema di conto corrente 2

Dare	Avere	Interessi	Int Anato	Int no Ana	Saldo	S/cap
-100000.00					-100000.00	-100000.00
	8024.26	-5000.00	0.00	-5000.00	-96975.74	-91975.74
	8024.26	-4848.79	-250.00	-4598.79	-93800.27	-83951.48
	8024.26	-4690.01	-492.44	-4197.57	-90466.02	-75927.22
	8024.26	-4523.30	-726.94	-3796.36	-86965.07	-67902.97
	8024.26	-4348.25	-953.11	-3395.15	-83289.06	-59878.71
	8024.26	-4164.45	-1170.52	-2993.94	-79429.26	-51854.45
	8024.26	-3971.46	-1378.74	-2592.72	-75376.46	-43830.19
	8024.26	-3768.82	-1577.31	-2191.51	-71121.02	-35805.93
	8024.26	-3556.05	-1765.75	-1790.30	-66652.82	-27781.67
	8024.26	-3332.64	-1943.56	-1389.08	-61961.20	-19757.41
	8024.26	-3098.06	-2110.19	-987.87	-57035.00	-11733.15
	8024.26	-2851.75	-2265.09	-586.66	-51862.49	-3708.90
	8024.26	-2593.12	-2407.68	-185.44	-46431.36	4315.36
	8024.26	-2321.57	-2321.57	0.00	-40728.67	12339.62
	8024.26	-2036.43	-2036.43	0.00	-34740.84	20363.88
	8024.26	-1737.04	-1737.04	0.00	-28453.62	28388.14
	8024.26	-1422.68	-1422.68	0.00	-21852.05	36412.40
	8024.26	-1092.60	-1092.60	0.00	-14920.39	44436.66
	8024.26	-746.02	-746.02	0.00	-7642.15	52460.92
	8024.26	-382.11	-382.11	0.00	0.00	60485.17
	160485.17	-60485.17	-26779.78	-33705.39		



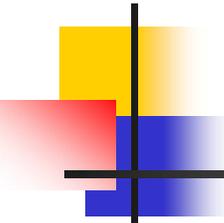
Distinzione tra interessi anatocistici e non anatocistici Quantificazione del fenomeno anatocistico

- con riguardo alla quota interessi del tempo 2, risulta evidente come **4.848,79** risulta pari a **4.598,79** (interessi non anatocistici) + **250,00** (interessi anatocistici),
- con riguardo alla quota interessi del tempo 3, risulta evidente come **4.690,01** risulta pari a **4.197,57** (interessi non anatocistici) + **492,44** (interessi anatocistici), risultanti dalla somma di **250,00** (interessi anatocistici del tempo 2) + **229,94** (interessi anatocistici del tempo 3) + **12,50** (interessi anatocistici del tempo 3 sugli interessi anatocistici del tempo 2),
- con riguardo alla quantificazione del fenomeno anatocistico risulta rilevabile l'importo di **26.779,78**.



Agenda

- Premessa
- Anatocismo
- Metodologie di ammortamento di un mutuo
- Regimi finanziari (proprietà delle leggi finanziarie)
- Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi
- Evidenze empiriche e confronto tra l'ammortamento di un mutuo e la struttura di un conto corrente
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione composta
 - Distinzione tra interessi anatocistici e non anatocistici
 - Quantificazione del fenomeno anatocistico
 - **Eliminazione degli interessi anatocistici**
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice



Eliminazione degli interessi anatocistici

Per **eliminare** il fenomeno anatocistico presente nell'ammortamento in capitalizzazione composta, risulta necessario azzerare gli importi presenti nelle colonne degli interessi anatocistici del piano di ammortamento e del c/c, ottenendo automaticamente l'effettuazione dei calcoli nel regime finanziario della **capitalizzazione semplice**. E' evidente come l'importo di **26779,78** rappresenti la quantificazione del fenomeno anatocistico, che nel c/c rappresenta l'ammontare del **maggior onere** sopportato dal titolare **del c/c**, ma che nel piano di ammortamento del mutuo comporta anche la **mancata chiusura del piano** stesso. Anche in questo caso di assenza del fenomeno anatocistico, tenendo ovviamente conto del tasso nullo applicato ai saldi creditori, è evidente il **sincronismo** esistente tra le poste del piano di ammortamento e quelle del c/c.

Eliminazione degli interessi anatocistici

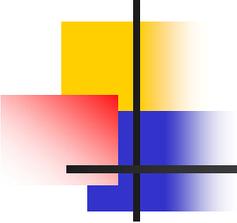
Esempio 3 - Piano di ammortamento con rata in capitalizzazione composta, eliminazione degli interessi anatocistici ed evidenza degli interessi non anatocistici (questo piano di ammortamento, a causa dell'eliminazione degli interessi anatocistici, risulta automaticamente stilato nel regime della capitalizzazione semplice, manca però della chiusura finale)

Piano di ammortamento 3

Tempi	Rata	Inter	Int Anato	Int no Ana	Capit	Residuo	Res c/cap
0						100000.00	100000.00
1	8024.26	5000.00	0.00	5000.00	3024.26	96975.74	91975.74
2	8024.26	4598.79	0.00	4598.79	3425.47	93550.27	83951.48
3	8024.26	4197.57	0.00	4197.57	3826.68	89723.59	75927.22
4	8024.26	3796.36	0.00	3796.36	4227.90	85495.69	67902.97
5	8024.26	3395.15	0.00	3395.15	4629.11	80866.58	59878.71
6	8024.26	2993.94	0.00	2993.94	5030.32	75836.25	51854.45
7	8024.26	2592.72	0.00	2592.72	5431.54	70404.72	43830.19
8	8024.26	2191.51	0.00	2191.51	5832.75	64571.97	35805.93
9	8024.26	1790.30	0.00	1790.30	6233.96	58338.01	27781.67
10	8024.26	1389.08	0.00	1389.08	6635.18	51702.83	19757.41
11	8024.26	987.87	0.00	987.87	7036.39	44666.44	11733.15
12	8024.26	586.66	0.00	586.66	7437.60	37228.84	3708.90
13	8024.26	185.44	0.00	185.44	7838.81	29390.03	0.00
14	8024.26	0.00	0.00	0.00	8024.26	21365.77	0.00
15	8024.26	0.00	0.00	0.00	8024.26	13341.51	0.00
16	8024.26	0.00	0.00	0.00	8024.26	5317.25	0.00
17	8024.26	0.00	0.00	0.00	8024.26	-2707.01	0.00
18	8024.26	0.00	0.00	0.00	8024.26	-10731.27	0.00
19	8024.26	0.00	0.00	0.00	8024.26	-18755.52	0.00
20	8024.26	0.00	0.00	0.00	8024.26	-26779.78	0.00
	160485.17	33705.39	0.00	33705.39	126779.78		

Schema di conto corrente 3

Dare	Avere	Inter	Int Anato	Int no Ana	Saldo	S/ cap
-100000.00					-100000.00	-100000.00
	8024.26	-5000.00	0.00	-5000.00	-96975.74	-91975.74
	8024.26	-4598.79	0.00	-4598.79	-93550.27	-83951.48
	8024.26	-4197.57	0.00	-4197.57	-89723.59	-75927.22
	8024.26	-3796.36	0.00	-3796.36	-85495.69	-67902.97
	8024.26	-3395.15	0.00	-3395.15	-80866.58	-59878.71
	8024.26	-2993.94	0.00	-2993.94	-75836.25	-51854.45
	8024.26	-2592.72	0.00	-2592.72	-70404.72	-43830.19
	8024.26	-2191.51	0.00	-2191.51	-64571.97	-35805.93
	8024.26	-1790.30	0.00	-1790.30	-58338.01	-27781.67
	8024.26	-1389.08	0.00	-1389.08	-51702.83	-19757.41
	8024.26	-987.87	0.00	-987.87	-44666.44	-11733.15
	8024.26	-586.66	0.00	-586.66	-37228.84	-3708.90
	8024.26	-185.44	0.00	-185.44	-29390.03	4315.36
	8024.26	0.00	0.00	0.00	-21365.77	12339.62
	8024.26	0.00	0.00	0.00	-13341.51	20363.88
	8024.26	0.00	0.00	0.00	-5317.25	28388.14
	8024.26	0.00	0.00	0.00	2707.01	36412.40
	8024.26	0.00	0.00	0.00	10731.27	44436.66
	8024.26	0.00	0.00	0.00	18755.52	52460.92
	8024.26	0.00	0.00	0.00	26779.78	60485.17
	160485.17	-33705.39	0.00	-33705.39		



Agenda

- Premessa
- Anatocismo
- Metodologie di ammortamento di un mutuo
- Regimi finanziari (proprietà delle leggi finanziarie)
- Affermazioni presenti in sentenze: congetture e teoremi
- Evidenze empiriche e confronto tra l'ammortamento di un mutuo e la struttura di un conto corrente
 - Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione composta
 - Distinzione tra interessi anatocistici e non anatocistici
 - Quantificazione del fenomeno anatocistico
 - Eliminazione degli interessi anatocistici
 - **Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice**

Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice

E' chiaro che, diversamente dal c/c, il piano di ammortamento “**alla francese**” stilato in capitalizzazione semplice, deve rispettare tutte le caratteristiche sotto indicate:

- **parametri contrattuali** (capitale iniziale, tasso di interesse, durata del periodo di rimborso),
- mantenimento della **costanza delle rate** di ammortamento,
- verifica della condizione di **chiusura finale**,
- **assenza di anatocismo**,

e non può essere ottenuto che cercando, tramite metodi ricorsivi di tipo numerico, l'importo della rata, che comporti la verifica di tutte le condizioni. L'esempio 4 mostra come la rata costante di **6930.69**, calcolata in capitalizzazione semplice (in luogo della rata di **8024.26**, calcolata in capitalizzazione composta) risulta essere la rata cercata e il piano conseguente, quello richiesto.

Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice

Esempio 4 - Piano di ammortamento con rata in capitalizzazione semplice, assenza degli interessi anatocistici ed evidenza degli interessi non anatocistici (questo piano di ammortamento, a causa dell'assenza degli interessi anatocistici, risulta automaticamente stilato nel regime della capitalizzazione semplice e siccome presenta la chiusura finale, risulta essere il piano di ammortamento cercato)

Piano di ammortamento 4

Tempi	Rata	Inter	Int Anato	Int no Ana	Capit	Residuo	Res c/cap
0						100000.00	100000.00
1	6930.69	5000.00	0.00	5000.00	1930.69	98069.31	93069.31
2	6930.69	4653.47	0.00	4653.47	2277.23	95792.08	86138.61
3	6930.69	4306.93	0.00	4306.93	2623.76	93168.32	79207.92
4	6930.69	3960.40	0.00	3960.40	2970.30	90198.02	72277.23
5	6930.69	3613.86	0.00	3613.86	3316.83	86881.19	65346.53
6	6930.69	3267.33	0.00	3267.33	3663.37	83217.82	58415.84
7	6930.69	2920.79	0.00	2920.79	4009.90	79207.92	51485.15
8	6930.69	2574.26	0.00	2574.26	4356.44	74851.49	44554.46
9	6930.69	2227.72	0.00	2227.72	4702.97	70148.51	37623.76
10	6930.69	1881.19	0.00	1881.19	5049.50	65099.01	30693.07
11	6930.69	1534.65	0.00	1534.65	5396.04	59702.97	23762.38
12	6930.69	1188.12	0.00	1188.12	5742.57	53960.40	16831.68
13	6930.69	841.58	0.00	841.58	6089.11	47871.29	9900.99
14	6930.69	495.05	0.00	495.05	6435.64	41435.64	2970.30
15	6930.69	148.51	0.00	148.51	6782.18	34653.47	0.00
16	6930.69	0.00	0.00	0.00	6930.69	27722.77	0.00
17	6930.69	0.00	0.00	0.00	6930.69	20792.08	0.00
18	6930.69	0.00	0.00	0.00	6930.69	13861.39	0.00
19	6930.69	0.00	0.00	0.00	6930.69	6930.69	0.00
20	6930.69	0.00	0.00	0.00	6930.69	0.00	0.00
	138613.86	38613.86	0.00	38613.86	100000.00		

Schema di conto corrente 4

Dare	Avere	Inter	Int Anato	Int no Ana	Saldo	S/ cap
-100000.00					-100000.00	-100000.00
	6930.69	-5000.00	0.00	-5000.00	-98069.31	-93069.31
	6930.69	-4653.47	0.00	-4653.47	-95792.08	-86138.61
	6930.69	-4306.93	0.00	-4306.93	-93168.32	-79207.92
	6930.69	-3960.40	0.00	-3960.40	-90198.02	-72277.23
	6930.69	-3613.86	0.00	-3613.86	-86881.19	-65346.53
	6930.69	-3267.33	0.00	-3267.33	-83217.82	-58415.84
	6930.69	-2920.79	0.00	-2920.79	-79207.92	-51485.15
	6930.69	-2574.26	0.00	-2574.26	-74851.49	-44554.46
	6930.69	-2227.72	0.00	-2227.72	-70148.51	-37623.76
	6930.69	-1881.19	0.00	-1881.19	-65099.01	-30693.07
	6930.69	-1534.65	0.00	-1534.65	-59702.97	-23762.38
	6930.69	-1188.12	0.00	-1188.12	-53960.40	-16831.68
	6930.69	-841.58	0.00	-841.58	-47871.29	-9900.99
	6930.69	-495.05	0.00	-495.05	-41435.64	-2970.30
	6930.69	-148.51	0.00	-148.51	-34653.47	3960.40
	6930.69	0.00	0.00	0.00	-27722.77	10891.09
	6930.69	0.00	0.00	0.00	-20792.08	17821.78
	6930.69	0.00	0.00	0.00	-13861.39	24752.48
	6930.69	0.00	0.00	0.00	-6930.69	31683.17
	6930.69	0.00	0.00	0.00	0.00	38613.86
	138613.86	-38613.86	0.00	-38613.86		

Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice

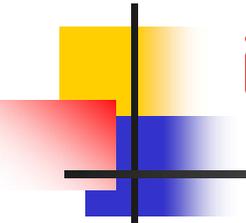
Dalle considerazioni precedentemente svolte, risulta chiaro che:

- la presenza di **anatocismo non dipende dal tipo di operazione** finanziaria considerata, ma dal regime finanziario adottato,
- la **causa dell'anatocismo** è l'adozione del regime finanziario della **capitalizzazione composta** (in quanto caratterizzato da leggi finanziarie scindibili), mentre l'adozione del regime finanziario della **capitalizzazione semplice** (in quanto caratterizzato da leggi finanziarie additive) è immune da tale fenomeno,
- l'entità del fenomeno anatocistico è **quantificabile**,
- l'anatocismo può essere **eliminato**, adottando il regime della **capitalizzazione semplice**,
- in un piano di ammortamento stilato in **capitalizzazione composta**, ogni grandezza (anche quindi le **quote interesse**) sono calcolate secondo le leggi di tale regime,

Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice

La trattazione parallela di un piano di ammortamento “alla francese” e di un conto corrente, presentata nei quattro esempi trattati in precedenza, mostra, come già detto, che la presenza di **anatocismo non dipende dal tipo di operazione finanziaria** considerata e che pertanto se due operazioni sono caratterizzate dallo stesso cash-flow e sono gestite nell’ambito dello stesso regime finanziario, con gli stessi elementi (movimenti, collocazioni temporali, tassi di interesse, ecc.), le valutazioni non possono che portare agli stessi risultati e alle stesse conclusioni: negare la presenza di anatocismo in un mutuo sincrono con il cash-flow di un c/c (che potrebbe essere il conto di gestione dello stesso mutuo) dovrebbe portare a **negare l’esistenza dell’anatocismo** anche per lo stesso **conto corrente, inficiando** quanto ripetutamente **sentenziato** da molteplici giudici riguardo alla presenza di anatocismo nei c/c bancari.

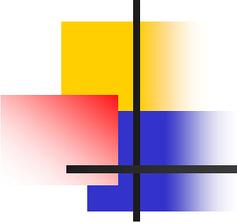
Stesura di un piano di ammortamento in capitalizzazione semplice



In conclusione, le affermazioni non dimostrate riportate nelle diverse **CTU, CTP** e motivazioni di **sentenze**, circa :

- la **non generazione**, da parte del regime della capitalizzazione composta, del calcolo di interessi su interessi,
- il fatto che le quote interessi di un piano di ammortamento, anche se stilato in capitalizzazione composta, sono calcolate secondo le leggi finanziarie del regime della **capitalizzazione semplice**,

se non suffragate da un'adeguata dimostrazione di tipo matematico, rimangono **mere congetture**, che non possono essere contrapposte a tesi basate su **teoremi** (ossia **congetture dimostrate**) e quindi non possono essere considerate di supporto a sentenze sull'argomento.



Riferimenti

Antonio Annibali è

Professore ordinario fr di Matematica Finanziaria e Attuariale – Facoltà di Economia – Dipartimento Me.Mo.T.E.F. - Università degli Studi “La Sapienza” di Roma

Attuario (n. 506 dell’Albo Professionale Nazionale) di:

Cassa Nazionale di Previdenza e Assistenza dei Dottori Commercialisti (C.N.P.A.D.C.)

Ente Nazionale di Previdenza e Assistenza della Professione Infermieristica (E.N.P.A.P.I.)

Ente Nazionale di Previdenza per gli Addetti e gli Impiegati in Agricoltura (E.N.P.A.I.A.)